**②.a.经典/玻尔兹曼系统：将层的个球放入个框里，每个球有种放法，一共种放法，这对应能级的粒子数的(二次)分布情况。而还需乘以层与层之间的(一次)分布数(层与层之间交换一对对粒子便增加情况)，才得到总的微观状态数=，下角标MB以示纪念Maxwell和玻尔兹曼。**

**b.玻色子系统：首先一次分布需要改，因粒子不可分辨而不再含有这项层间占据方式数；同样因粒子不可分辨，层内分布数(二次分布数)也需要修正：此时是每层的球不可分辨、但格子仍然不同标号，对于拥有相同数目的球的格子，仍然是不同的两个格子/量子态；但从能量的角度，它们又是简并而相同的，因而它们也像球一样，集合内部的元素不可分辨(说得这么矛盾，大家等下就会看到矛盾在哪)。玻色这个人想到了一个当时只有爱因斯坦看懂了的方法(其实其他人或许也看懂了，只是出于玻色的在学术地位上是个无名小辈，因而没多少功夫和念头去细看。同样可悲的印度人，还有个钱德拉塞卡。钱先生在经历了白矮星的苦闷和闪耀后，他的经历让他在做主任和编辑时，不屈才地发表了另一个投文无路的年轻人的论文在天文物理杂志上，这人叫啥来着我忘了。但现在似乎没多少印度人来拯救我们这些中国人了。)：**

**最左端先排好一个格子，接着按顺序往后随机放格子或球，如果球先全用出去了个，则继续往后挨个放格子；否则如果格子先全用出去了个，则继续无脑往后放球，直到这层的格子总数和球总数全都用尽。此时，紧邻每个格子的右端的连续排列的球的个数，即视作放入该格子/处于该量子态的粒子数，如果某格子的右边还是格子，即它与下一个格子之间没有球，则该处于该格子中的粒子数为0。**

**首先这可以描绘层内所有的分布情况；其次，它非常简明且形象；再者，它便于导出数学表达式：除开第一个格子不看(为了使得第一个总是格子，而不是球/粒子；使得在这样的规则下，所有球都会放入这些格子中，而不会有剩余没放入的)，我们让后面个球和格子，平权地疯狂交换位置，但不能同类内部交换，只能球的集合与格子的集合之间异类成对交换。那么就将导出层内总分布状态数=，于是=，下角标BE以示纪念玻色和爱因斯坦。**

**【在这里我补充一点，玻色这个算法有个值得商讨之处，不知道各位雪亮的眼睛看出来了点端倪没有：既然说了格子是相同的两个格子，为何4○○○5○○○○○○6此图中的5号格子与6号格子往左数第4个小球交换位置后，层内分布数会+1呢？这就很奇怪，4号格子中3颗球、5号格子中6颗球，二者交换一下球数，这总的来说算是不同的另一种情况么？——如果是，那么格子之间仍然因位置的不同(像之前的定域系统)而被标号，因而不再是不可分辨；但如果这样的话，分子中因其不可分辨、可交换而引入的便不能再存在。(注：如果4○○○5○○○6这样，4,5号格子间的球数一样的话，则不会出现球数交换，进而不会引入这样的矛盾。因为规则禁止了4,5号格子交换位置，而除此之外，5号格子没法再以任何与右侧小球互换位置的方式，与4号交换球数)**

**我想了想，这个矛盾或许能这么解释：格子不同于球，它们在自己集合内部，既是不可分辨的，又是可分辨的——可分辨在于，各自的位置不同，像用坐标标好了号：因而拥有不同球数的两个不同位置的格子间，球数交换，会引起层内分布状态数+1；不可分辨lies in它们的相对位置无法被挪动or改变，即5号就只能呆在4号之后、6号之前，不能插队到其他两个数字之间：所以分母的会阻止格子集合内部的(位置)相互交换。**

**这里我介绍介绍玻色的，与我book02里的多项式定理的组合数系数的区别，仅仅在于：对于拥有不同球数的两个格子之间的球数的交换，在我的那里，体系的状态不变；而在这里，(层内)体系的状态改变，状态数+1。——比如如果输入(球数,筒宽)=(m,n)=(5,3)，则输出结果为5个：按列从左到右数为：221、311、320、410、500，哈哈，看我怎么用它们导出：++++=21。而因(m,n)=(,)= (5,3)，代入====21。——比如你也可以试一试(,)=(5,4)：根据2111、2210、3110、3200、4100、5000，有+++++=56== ==。哈哈，这下你信了吧？本质上，多项式定理的组合数系数，简并度比玻色的还要高，且更为基本：对此，根本没有解析解(闭式表达式)。我还以为玻尔兹曼能聪明到能够解析表示出我冥思苦想了一段时间的东西呢= =。**

**上课的时候，有些同学乍一看，觉得这个思想很像高中时期的“隔板法”：是这样的，它形式上虽然像，但并不是，但本质上是，需要你好好解释一通。——我来用另一种方法来推导，要是玻尔兹曼用这种方法来解释他的想法，我想当时就不会有很多人抱怨看不懂了：将个小球放入个框，等效于将这个数写作个数字之和，一共有个空。隔板法要求在个小球的个空隙中(不能将板子插在两端，以示每个隔板左右的框都平权地至少拥有一个球；否则端位的板子的外侧框中只包含有0个球；而且不能存在两个或以上板子之间没有球，并且都背靠背地挤在一个“两个球之间的空隙”中这种情况)，插入个隔板(以分出个空间/框)，这样每个框中至少有一个球，而且每个框都是平权的：拥有相同球数的概率相等。——关键就来了：**

=[把M写作n个数字xi(1≤i≤n，1≤xi≤M-(n-1))的和时，所有不重复的排列的个数]=[把M-n写作n个数字xi(1≤i≤n，0≤xi≤(M-n)-0·(n-1))的和时，所有不重复的排列的个数]**。于是令**M-n**=m，有**M=m+n**，则此时上述表述变成了**=[把m写作n个数字xi(1≤i≤n，0≤xi≤m)的和时，所有不重复的排列的个数]，若将**(m,n)**替换为**(,)**，则，这就是**中某层的**。

该结论还可以推广到诸如把M-2n写作n个数字xi(1≤i≤n，-1≤xi≤(M-2n)-(-1)·(n-1))的和等。而我的程序、多项式定理的组合数，更像是在处理“[把m写作n个数字xi(1≤i≤n，0≤xi≤m)的和时，所有不重复的组合的个数]”这样的问题，是组合而非排列，即框框、要填入数字的空，不再因位置的互异而互异了，也变得平权了**】**

**c.费米子系统：一个框里最多放一个，意味着不能同时有两个粒子处于相同的量子态(否则交换位置，总的波函数不变，而总的波函数又将反号，∴会导致波函数为0；或者说交换前后的总的波函数必须反号，而不能不变)，即小写的波函数符号。**

**这样的话，不像以前两种情况可以<，现在我们最好希望>，否则个单人间装不下个人。那么，根据格子的位置不同，而有每层的微观状态数== ，于是=，下角FD以示纪念费米和狄拉克。**